

EXERCICES

EXERCICE 1

On utilise un code de Hamming $C(7,4)$ sur un canal binaire symétrique sans mémoire de probabilité d'erreur π .

1. Quelle est la probabilité qu'un mot source soit correctement décodé?
2. Le canal obtenu en englobant le codeur, le canal binaire symétrique et le décodeur est un canal à $K = 2^4$ entrées et $K = 2^4$ sorties. On assimile ce canal à un canal du type de celui faisant l'objet de l'exercice 4 du chapitre III. Cette hypothèse est-elle optimiste quant à la capacité? On calculera cette capacité pour $\pi = 0,1$ et on la comparera à la capacité du canal binaire symétrique.

EXERCICE 2

On se place dans le contexte de l'exercice 5 du chapitre III et au lieu de transmettre les éléments binaires d'information un par un sur le canal binaire symétrique, on envisage d'utiliser un code correcteur d'erreurs linéaire parfait de distance minimum 3.

1. Quel doit être l'ordre minimum e d'extension de la source S_1 pour que la construction d'un tel code soit possible?
2. En utilisant le code trouvé au 1, calculer la probabilité pour qu'un mot de l'extension d'ordre e de S_1 soit transmis correctement.

EXERCICE 3

On se place sous les hypothèses de la deuxième partie de l'exercice 6 du chapitre III en considérant cette fois que l'on ne dispose pas de voie de retour. On utilise un code correcteur d'erreurs, le code de Hamming $C(7,4)$.

- Calculer la probabilité d'erreur par mot code. Effectuer l'application numérique.

EXERCICE 4

Un code associe à deux éléments binaires d'information des mots constitués de cinq éléments binaires suivant la correspondance:

éléments binaires d'information	mots code
00	00000
01	01101
10	10111
11	11010

1. Montrer que le code est systématique et déterminer sa matrice génératrice. En déduire sa matrice de contrôle.
2. On suppose que les éléments binaires code sont transmis sur un canal binaire symétrique de probabilité d'erreur inférieure à 0,5. Construire la table de décodage répondant au principe du décodage à distance minimum.
3. Quel est le nombre de configurations de une, deux et trois erreurs qui peuvent être corrigées par la table? Calculer la probabilité d'erreur par mot code liée à l'usage de cette table.

EXERCICE 5

Une source sans mémoire S délivre des "0" avec une probabilité de 0,98 et des "1" avec une probabilité de 0,02 à un débit binaire de 300 kbits/sec. En outre, on dispose d'un canal binaire symétrique de probabilité d'erreur par élément binaire de 0,05 fonctionnant au débit d'utilisation de 280 kbits/sec.

1. Peut-on envisager d'utiliser ce canal pour transmettre le contenu de la source S avec une probabilité d'erreur aussi petite que souhaitée?

CODAGE DE SOURCE

On se propose de réduire le débit binaire de la source S d'au moins 50% grâce à un code de Huffman.

2. Quel doit être l'ordre minimum d'extension de la source S permettant d'assurer une telle performance?

3. Construire un code de Huffman associé à l'extension d'ordre 3 de la source S . Quelle est la valeur du débit binaire moyen de la nouvelle source binaire obtenue à partir du codage précédent? Combien doit-on ajouter d'éléments binaires de contrôle par élément binaire d'information si on veut utiliser le canal à son débit nominal de 280 kbits/sec?

CODAGE DE CANAL

On se propose de coder la nouvelle source binaire S' obtenue après le codage de Huffman de la question 3. On souhaite construire un code linéaire systématique de l'extension d'ordre 2 de S' en ajoutant à chaque couple d'éléments binaires d'information un triplet d'éléments binaires de contrôle.

4. Si on exige de ce code qu'il corrige une erreur par mot (un mot correspond à deux éléments binaires d'information suivis de trois éléments binaires de contrôle), quelle doit être la valeur minimum de sa distance minimum?

5. Construire la matrice génératrice d'un code possédant les propriétés énoncées ci-avant.

6. Expliciter le code en indiquant pour chaque mot le poids correspondant.

7. Après avoir calculé la matrice de contrôle, dresser la table de décodage. Combien de configurations de deux erreurs l'utilisation de la table permet-elle de corriger? Qu'en déduire quant au caractère parfait du code?

8. Calculer la probabilité d'erreur par mot code résultant de l'utilisation de la table de décodage. Comparer cette valeur avec celle qui serait obtenue si on transmettait directement (ie. sans codage) les mots source de l'extension d'ordre deux de la source S' .